

複合リズム対数型美的曲線の入力と その意匠デザインへの応用*

上利真一^{*1}, 三浦憲二郎^{*2}, 藤澤 誠^{*3}
西川知伸^{*4}, 羽田隆志^{*4}

Input of the Compound-Rhythm Log-Aesthetic Curve and Its Applications for Styling Design

Shinichi AGARI, Kenjiro T. MIURA^{*5}, Makoto FUJISAWA,
Tomonobu NISHIKAWA and Takashi HADA

^{*5} Information Science and Technology, Graduate School of Science and Technology, Shizuoka University,
3-5-1 Johoku, Naka-ku, Hamamatsu-shi, Shizuoka, 432-8561 Japan

This paper proposes a method of inputting a planar log-aesthetic curve with compound-rhythm by use of four control points. The log-aesthetic curve does not exhibit any undulations of curvature since its curvature monotonically increases or decreases and it is suitable to be used for practical product design. The input methods by use of control points presented so far can generate only one log-aesthetic curve and it is not capable enough to represent characteristic lines of industrial products. We show that the compound rhythm log-aesthetic curve made up of two log-aesthetic curve segments connected with C^3 continuity has an enough expression ability to represent character lines of cars by illustrating practical design examples.

Key Words: Log-Aesthetic Curve, Compound-Rhythm Curve, C^3 Continuity, Styling Design

1. はじめに

「美しい曲線」は原田ら⁽¹⁾⁽²⁾により曲率対数分布図が直線で近似される曲線として提案された。三浦⁽³⁾⁽⁴⁾は曲率対数グラフが厳密に直線で与えられる曲線の解析解を求め、それを「美しい曲線の一般式」として提案した。さらに、吉田と斎藤⁽⁵⁾は「一般式」によって定義される曲線の特徴を解析、分類するとともに、3個の「制御点」により、2つの端点とそこでの接線方向、および曲率対数グラフの直線の傾き α を与えることにより対話的に「美しい曲線(美的曲線)セグメント」を生成する手法を提案した。

対数型美的曲線は、接線ベクトルの積分形式としてのみ与えられている場合($\alpha \neq 1, 2$)であっても対話的な生成、変形が可能であり、実務への応用が期待され

ている。しかしながら、吉田らの入力法では、曲率が単調に増加、または減少する対数型美的曲線セグメント1本しか入力することができず、複合リズム⁽²⁾を持つ対数型美的曲線を入力することができない。複合リズムを持つ対数型美的曲線、すなわち複合リズム対数型美的曲線とは、 α が異なる2本の美的曲線セグメントが、1) 曲率が連続で接続しているとともに、2) 曲率の微分も連続に接続された曲線であり、 C^3 連続性の保証された2本の対数型美的曲線セグメントから構成される曲線である。複合リズム曲線は、欧州のカロツェリア(自動車工作工房)のデザインした自動車の曲線として頻繁に使われており⁽²⁾、意匠デザインにとって重要な曲線と考えられる。そこで、本研究では複合リズム対数型美的曲線の入力法を提案するとともに、それをカースタイリングデザインに応用する。

2. 関連研究

曲線のデザインにおいては、曲線の質を評価する基準が重要であり、それらの評価基準として、1) 局所的な連続性、2) 大局的な積分値の最小化、3) 曲率変化の単調性、が挙げられる。曲線の局所的な連続性に関する研究として、 C^1 や C^2 といった関数の連続性や、

* 原稿受付 2009年1月19日。

^{*1} 静岡大学大学院工学研究科機械工学専攻(☎432-8561 浜松市中区城北3-5-1)。

^{*2} 正員、静岡大学創造科学技術大学院情報科学専攻。

^{*3} 奈良先端科学技術大学院大学情報科学研究科(☎630-0192 生駒市高山町8916-5)。

^{*4} 静岡文化芸術大学デザイン学部メディア造形学科(☎430-8533 浜松市中区中央2-1-1)。

E-mail: tmkmiur@ipc.shizuoka.ac.jp

G^1 や G^2 といった幾何連続性を保証する方法がこれまで提案されている⁽⁶⁾。曲線全体の大局的な積分値の最小化に関する研究として、曲げエネルギーや **minimum curvature variation** の積分値を最小化する方法が提案されている⁽⁷⁾。曲率変化の単調性は曲線全体に対する大局的な性質であり、曲線全体に対して曲率が単調増加、あるいは減少する条件、例えば、多項式曲線や有理多項式曲線の制御点の位置関係に関する条件について研究されている⁽⁷⁾⁽⁸⁾⁽⁹⁾。

それらに関連する研究として、曲率を直接制御する手法がある。Nutbourne らの手法では、曲線のデザイナーは曲線の形状ではなく、曲線の曲率を指定し、曲率を積分することで曲線を生成する⁽¹⁰⁾。別の手法では、クロノイド曲線セグメントと直線セグメントを用いて与えられた点列を通過する曲線を生成する⁽¹¹⁾。クロノイド曲線はフレネル積分によって定義され、積分を用いない記述は不可能である。また、曲面の生成手法として、東らは曲面の境界線の縮閉線を用いて曲面の曲率分布の制御を可能とした⁽¹²⁾。三浦は制御点の位置をわずかに変化させることで、Bézier 曲線や B-Spline 曲線の曲率分布が大きく変化することを指摘した⁽¹³⁾。これを解決するため、彼らは四元数を用いて単位接線ベクトルを指定する手法を提案した。

対数型美的曲線は曲率変化が曲率対数グラフの傾きで記述される自由曲線である。Bézier 曲線や B-Spline 曲線とは異なり、美的曲線の曲率は曲線長の関数として厳密に定義される。図 1 は同一の 4 つの制御点から生成された対数型美的曲線と 3 次 Bézier 曲線の例である。2 つの曲線の形状は似通っているが、その縮閉線は全く異なる形をしている。美的曲線は曲率の変化が単調であり、したがって縮閉線は滑らかな形状をしているが、Bézier 曲線の曲率は変化が不規則であるために縮閉線は複雑な形状となっている。

3. 対数型美的曲線

対数型美的曲線は、曲率変化が単調で、曲率対数グラフが直線になる曲線と定義される(図 2 参照)。曲率対数グラフの傾き α によって対数型美的曲線の形状は変化する。 α は対数型美的曲線の形状を決定するパラメータであり、曲線の印象を左右する重要な要素である。

対数型美的曲線の曲率半径 ρ と曲線長 s の関係は以下の式で表わされる。

$$\rho(s) = \begin{cases} e^{cs+d} & (\alpha = 0) \\ (cs+d)^{\frac{1}{\alpha}} & (\alpha \neq 0) \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 c と d は定数、 α は曲率対数グラフの傾きで

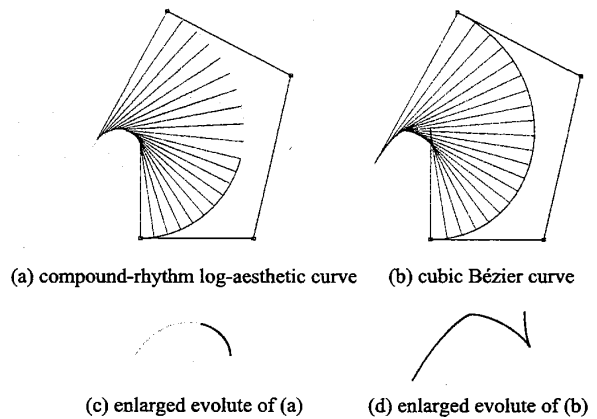


Fig. 1 Comparison of the compound-rhythm and Bézier curve

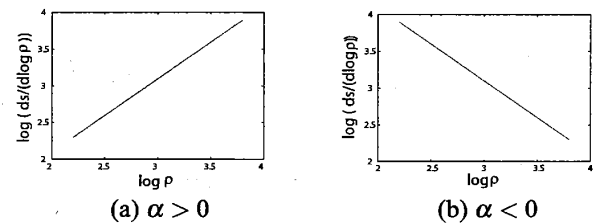


Fig. 2 Logarithmic curvature graph of single-rhythm aesthetic curve. s : arc length, ρ : radius of curvature, α : slope of the logarithmic curvature graph.

ある。

曲線の方向角 θ と曲線長 s の関係は $\rho = ds/d\theta$ の関係式から求めることができ、以下のように表される。

$$\theta(s) = \begin{cases} \frac{-1}{c} e^{-cs-d} + \theta_e & (\alpha = 0) \\ \frac{1}{c} \ln(cs+d) + \theta_e & (\alpha = 1) \\ \frac{1}{c} \frac{\alpha}{\alpha-1} (cs+d)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} + \theta_e & (other) \end{cases} \quad (2)$$

ここで、 θ_e は積分定数である。 θ_e は $s=0$ での方向角 $\theta(0)$ によって定まる。

曲線上の点 $P(s)$ は、 s の関数として以下のように記述できる。ただし、 i は虚数単位であり、 $P(s)$ は複素平面上の点である。 P_0 は曲線の始点とする。

$$P(s) = P_0 + \begin{cases} e^{i\theta_e} \int_0^s \exp\left(\frac{-i}{c} e^{-cs-d}\right) ds & (\alpha = 0) \\ e^{i\theta_e} \int_0^s \exp\left(\frac{i}{c} \ln(cs+d)\right) ds & (\alpha = 1) \\ e^{i\theta_e} \int_0^s \exp\left(\frac{i}{c} \frac{\alpha}{\alpha-1} (cs+d)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}}\right) ds & (other) \end{cases}$$

4. 複合リズム対数型美的曲線とその入力法

4.1 複合リズム対数型美的曲線 複合リズム対数型美的曲線は 2 つの単調リズム対数型美的曲線を接続した曲線であり、複合リズム対数型美的曲線の曲率対数グラフは折れ線で与えられる(図 3 参照)。

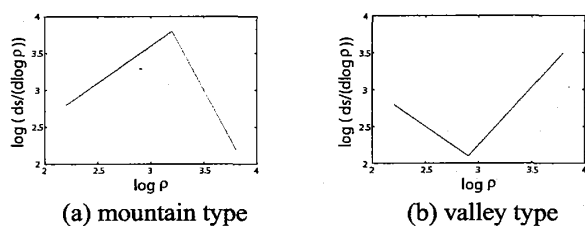


Fig. 3 Logarithmic curvature graph of compound-rhythm aesthetic curves

曲率対数グラフは曲率半径の微分値を縦軸とっているため、複合リズム美的曲線の2つのセグメントの接続点(曲率対数グラフの頂点)では C^3 連続性が満たされている。

4.2 複合リズム対数型美的曲線の入力法 複合リズム対数型曲線の入力法として、原田ら⁽²⁾は曲線の通過点を求め、それらを n 次曲線で近似する方法を提案しているが、美的曲線が解析的に定式化される以前の研究であり、解析的に明らかにされた美的曲線の性質を十分に活用できていない。また、吉田らの美的曲線セグメントの入力法⁽⁵⁾は2分法を用いているため、高速に曲線を生成することができ、それを複数回用いて複合リズム曲線を生成することが考えられる。しかしながら、彼らの入力法では与えられた3点の制御点のなす角を利用し求める曲線の相似形を探索するため、曲率の連続性を2本のセグメント間で保証するための手法としては適しておらず、さらに曲率の微分の連続性を保証するためには試行錯誤的な探索が必須である。

そこで、本研究では相似形の探索を行うのではなく、美的曲線のパラメータを直接探索することにより、複合リズム美的曲線を算出する。特に、デザイナーにとって操作しやすい曲線の入力法を提供するために、前後のセグメントに対して任意に与えられた2つの α 値に対して、4点の制御点から複合リズム美的曲線を生成する手法を提案する。

本研究で提案する手法により生成される複合リズム美的曲線は、3次Bézier曲線と同様、始点、終点はそれぞれ第1制御点、第4制御点に一致し、それらの位置での接線方向は、それぞれ第1制御点から第2制御点、第3制御点と第4制御点の差のベクトルの方向として与えられる。

5. 複合リズム対数型美的曲線の一般式

美的曲線の定式化には $\alpha \neq 0$ と $\alpha = 0$ の2つの場合に大別される⁽³⁾が、 $\alpha = 0$ は例外的であり、 $\alpha = 1$ の場合は曲線は対数らせんとなり積分形を用いることな

く定式化できる。そこで、本研究では $\alpha \neq 0, 1$ と仮定する。

5.1 複合リズム対数型美的曲線 複合リズム対数型美的曲線は2本の対数型美的曲線セグメントにより構成され、異なる2つの α 値に対して、曲率半径 ρ と曲線長 s の関係は次のように表される。

$$\rho = \begin{cases} (c_0 s + d_0)^{\frac{1}{\alpha_0}} & (0 \leq s \leq s_c) \\ (c_1 s + d_1)^{\frac{1}{\alpha_1}} & (s_c < s \leq s_l) \end{cases} \quad (3)$$

s_c はセグメントの接続点までの曲線長であり、この点を境に α 値、および c, d の値が変化する。範囲 $(0 \leq s \leq s_c)$ での α 値を α_0 、範囲 $(s_c < s \leq s_l)$ での α 値を α_1 とする。 c, d にも同様に0,1の添え字をつけて区別する。 s_l は曲線の全長である。

以上の定式化から、複合リズム対数型美的曲線 $P(s)$ は s が $0 \leq s \leq s_c$ の範囲では次式で表わされ、

$$P(s) = P_0 + \int_0^s \exp \left(i \left(\frac{1}{c_0} \frac{\alpha_0}{\alpha_0 - 1} (c_0 s + d_0)^{\frac{\alpha_0 - 1}{\alpha_0}} + \theta_{e0} \right) \right) ds$$

s が $s_c < s \leq s_l$ の範囲では次式で表わされる。

$$P(s) = P_c + \int_{s_c}^s \exp \left(i \left(\frac{1}{c_1} \frac{\alpha_1}{\alpha_1 - 1} (c_1 s + d_1)^{\frac{\alpha_1 - 1}{\alpha_1}} + \theta_{e1} \right) \right) ds$$

P_c はセグメントの接続点、 θ_{e1} は c_1, d_1 、および接続点での曲線の方向角 θ_c に依存して定まる。

5.2 接続条件 2本のセグメントは、接続点において1)位置、2)接線ベクトル、3)曲率半径、4)曲率半径の変化率が連続となっている。位置、および接線ベクトルはそれぞれ P_c, θ_{e1} に適切な値を指定することにより連続性が保証される。接続点での曲率半径を ρ_c とすると、曲率半径の連続の条件は以下のように表わされる。

$$\rho_c = (c_0 s_c + d_0)^{\frac{1}{\alpha_0}} = (c_1 s_c + d_1)^{\frac{1}{\alpha_1}} \quad (4)$$

また、 $\rho_c^{\alpha_0} = c_0 s_c + d_0$ と $\rho_c^{\alpha_1} = c_1 s_c + d_1$ を曲線長で微分して、

$$\alpha_0 \rho_c^{\alpha_0 - 1} \frac{d\rho_c}{ds} = c_0, \quad \alpha_1 \rho_c^{\alpha_1 - 1} \frac{d\rho_c}{ds} = c_1 \quad (5)$$

上記の2つの等式の曲率半径の変化率 $d\rho_c/ds$ が一致すること、および式(4)から c_1, d_1 は、

$$c_1 = \frac{\alpha_1}{\alpha_0} c_0 \rho_c^{\alpha_1 - \alpha_0}, \quad d_1 = \rho_c^{\alpha_1} - c_1 s_c \quad (6)$$

と表される。

α_0, α_1 の値はデザイナーが与えており、接続点での方向角 θ_c を定めれば1本目のセグメントの曲線長 $s = s_c$ が定まり、 c_0, d_0 を決定すれば、接続点 P_c において曲率半径 ρ と曲率変化率 $d\rho/ds$ が連続となる条件から c_1, d_1 の値は一意に定まる。

6. 曲線の生成

6.1 制御点の入力 まず、4点の制御点を入力する。これらの点により定義される3次 Bézier 曲線と同様に、始点、終点の座標 P_0, P_1 と接線方向角 θ_0, θ_1 を定める。さらに、セグメント間の接続点での曲線の方向角 θ_c を指定する。ここでは、第2制御点から第3制御点への方向ベクトルに一致する方向角とする。複合リズム曲線では、曲線全体に対して曲率は単調減少、または単調増加であり、変曲点を持たないので、4点を結ぶ折れ線は常に進行方向に対して左に曲がる、あるいは右に曲がるように指定する。曲率は左曲がりを正としているので、右曲がりの場合には制御点の、例えば第1制御点と第2制御点を結ぶ直線に対して鏡像を生成し、それらの点に対してから曲線を生成した後、その直線に対して鏡像を生成する。

6.2 α_0, α_1 の設定 2本のセグメントの α 値を指定する。原田らが提案した複合リズム曲線は2種類に分類され⁽²⁾、1つは α 値が正から負に変化する曲線、他方は負から正に変化する曲線である。したがって、それらの場合に適合する複合リズム曲線を生成するには α_0 と α_1 の値の正負を変えて指定する。

6.3 c_0, d_0 の探索 c_0, d_0 に初期値を与え、式(4)、(4)を用いて、始点から角度 $(\theta_c - \theta_0)$ だけ曲線セグメント (α_0) を生成し、接続点から角度 $(\theta_1 - \theta_c)$ だけ曲線セグメント (α_1) を生成して、曲線の終点を得る。初期値には、4個の制御点から3次 Bézier 曲線を生成し、両端点での曲率半径より求めた c_0, d_0 を用いる。さらに、曲線の終点が制御点と一致するような c_0, d_0 の値を滑降シンプレックス法によって探索する。制御点の位置によっては曲線が生成できない場合があり、現在の実装では、探索の回数の上限を、例えば1000回に制限することによりそれを越えた場合は解がないと判定している。

7. 曲線の生成例

$\alpha_0 = -1.5, \alpha_1 = 0.5$ を指定して生成した複合リズム対数型美的曲線の例を図4に示す。生成に要する時間は Pentium 4 2.53GHz の PC で 0.1~20ms である。その曲線長に対する曲率半径のグラフを図4(b)に、対数曲線グラフを図に示す。曲率対数グラフの傾きが負から正に変化しており谷型の曲線が生成されていることがわかる。

図4(b)より、前後のセグメント間で曲率が連続であること、また曲率が単調増加であることがわかる。図4(c)より、曲率対数グラフが各セグメントに対して直線で表されること、したがって美的曲線であること、

また曲率対数グラフが連続であることから、曲率の変化率が連続であること、したがって C^3 連続性が保証されていることがわかる。

図5は制御点を固定し、 α の値を変化させたときの美的曲線の様子を表している。

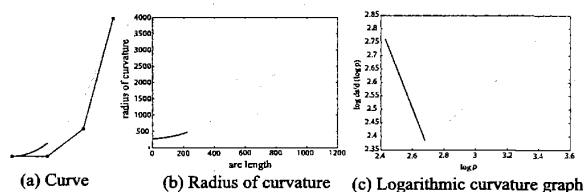


Fig. 4 Example of compound-rhythm log-aesthetic curve

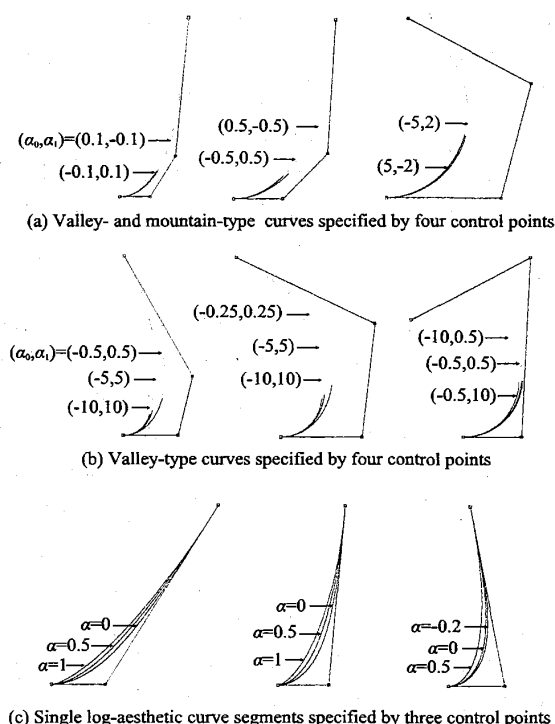


Fig. 5 Examples of compound-rhythm log-aesthetic curve

8. カースタイリングデザイン

車のスタイリングデザインにおいて、形状や印象を決定する最も重要な幾何要素はキーライン (キャラクターライン) である。これらの曲線の品質はデザイナーの能力に大きく依存するとともに、それらの曲線によりデザイナーの能力が評価される。スタイリングデザインの方法は、国やメーカー、さらには個人に大きく依存するが、平面曲線を用いてデザインすることを推奨しているメーカーも存在する。その理由は、観察者の視点に

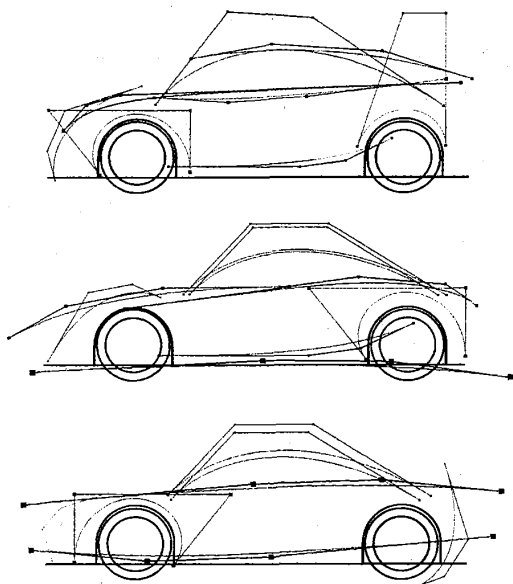


Fig. 6 Car design examples. Every key line is the valley-type compound-rhythm log-aesthetic curve (side view)

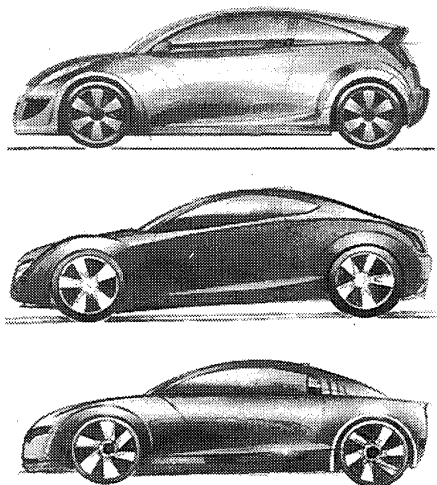


Fig. 7 Sketches based on Fig.6

依らず同じ印象を持つ意匠面を生成するためには平面曲線をベースとして面を生成することが適しているからである。

図6に複合リズム対数型美的曲線を用いて車をデザインした例を示す。図6はカーデザイナーが作成したキーラインである。図9は図6のデータを画像として利用し、それらのキーラインに対して彩色したスケッチ画である。この図の最上部のデザイン例を基に作成した3面図を図8に示す。同じく、最上部のデザイン例を基に作成したパース図を図7に示す。図8の3面

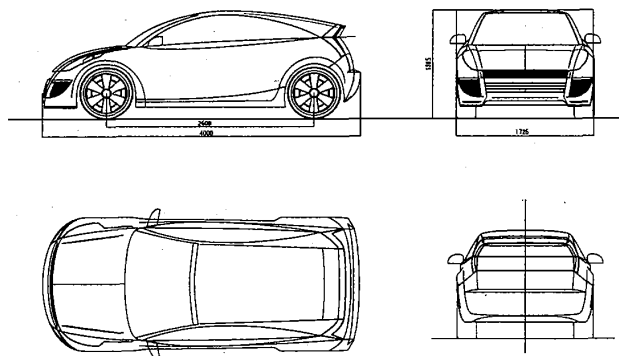


Fig. 8 Technical drawings of the top example of Figs. 6 and 7

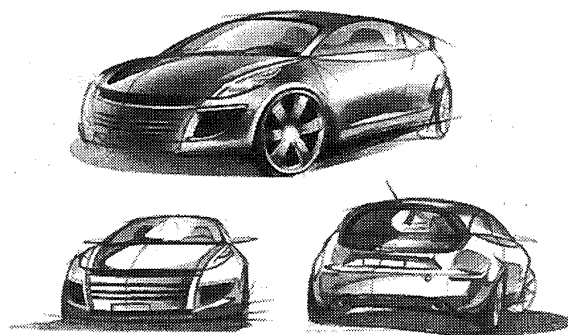


Fig. 9 Sketches based on the top example of Figs. 6 and 7

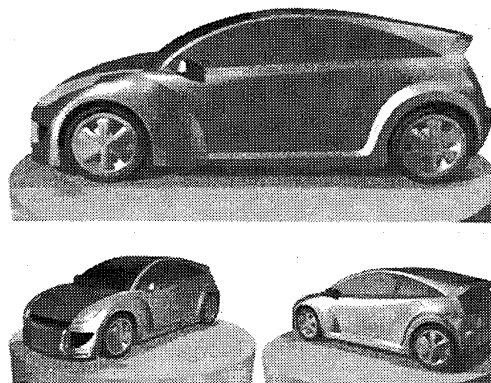


Fig. 10 3D model created from Fig.8

図を用いて生成した3Dモデルを図10に示す。

9. 結 言

本論文では、与えられた4個の制御点を用いて、異なる α 値を持つ2本の美的曲線セグメントから成る複合リズム対数型美的曲線の生成法を提案した。本手

法により、指定された α 値を持ち、曲率対数グラフが折れ線状になる曲線を作成することを可能とした。さらに、本手法を用いて自動車の側面図をデザインし、実務への応用が可能であることを示した。本研究により、複合リズム対数型美的曲線は実務に耐えうる表現能力があることを示すとともに、曲率の変化が曲線長さの関数として規定されておりそれらを定規として使うことが可能であり、デザインの質や効率を向上させるツールとして利用できると考えられる。

今後は、3本以上のセグメントから成るより複雑なリズムを持つ美的曲線の生成法について研究を行うとともに、複合リズム対数型美的曲線を初期設計から生産段階まで利用できる CAD/CAM システムを開発する。

文 献

- (1) Harada, T., Mori, N. and Sugiyama, K., Curves' Physical Characteristics and Self-affine properties, *Design Research*(in Japanese), Vol.42, No.3 (1995), pp.30-40.
- (2) Harada, H., Study of Quantitative Analysis of the Characteristics of a Curve, *Forma*, Vol.12, No.1 (1997), pp. 55-63.
- (3) Miura, K. T., Sone, J., Yamashita, A. and Kaneko, T., Derivation of a General Formula of Aesthetic Curves, *Proceedings of the Eighth International Conference on Humans and Computers (HC2005)*, (2005), pp.166-171, 2005.
- (4) Miura, K.T., A General Equation of Aesthetic Curves and its Self-affinity, *Computer-Aided Design & Applications*, Vol.3, Nos.1-4 (2006), pp.457-464.
- (5) Yoshida, N. and Saito, T., Interactive Aesthetic Curve Segments, *The Visual Computer* (Pacific Graphics), Vol. 22, No.9-11, pp.896-905, 2006.
- (6) Farin, G., *Curves and Surfaces for CAGD: A Practical Guide*, (2001), Morgan Kaufmann.
- (7) Roulier, J., Rando T. and Piper, B., Fairness and Monotone Curvature, *Approximation Theory and Functional Analysis*, (1991) p177-199, Academic Press.
- (8) Yoshida N. and Saito, T., Quasi-Aesthetic Curves in Rational Cubic Bézier Forms, *Computer-Aided Design & Applications*, Vol.4, No.1-4 (2007) p477-486.
- (9) Wang, Y., Zhao, B., Zhang, L., Xu J., Wang, K. and Wang, S., Designing Fair Curves Using Monotone Curvature Pieces, *Computer Aided Geometric Design*, Vol.21, No.5 (2004), p515-527.
- (10) Nutbourne, A.W., McLellan P.M. and Kensit, R.M.L., Curvature Profiles for Plane Curves, *Computer-aided Design*, Vol.4, No.4 (1972), p176-184.
- (11) Meek, D.S., and Thomas, R.S.D., A Guided Clothoid Spline, *Computer Aided Geometric Design*, Vol.8, No.2 (1991), p163-174.
- (12) Higashi, M., Tsutamori, H. and Hosaka, M., Generation of Smooth Surfaces by Controlling Curvature Aariation, *Computer Graphics Forum*, Vol.15, No.3 (1996), p187-196.
- (13) Miura, K.T., Unit Quaternion Integral Curve: A New Type of Fair Free-form Curves, *Computer Aided Geometric Design*, Vol.15, No.1 (2000), p39-58.