

2013年9月4日 白杵 深

実験（その1）の結果と考察(2)

$\cos \alpha$ と $\tan \alpha$ の間には、以下の関係が成立します。

$$\tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

この関係を用いると、テキストの(3)式より $\cos^2 \alpha$ が求まります。従って、 f についての方程式が2つ求められ、連立させて解くことができます。また、 f は正の値しかとらないことにも注意して下さい。解は一意に定まります。

実験（その2）の結果と考察(3)

実験によって求められる2次曲線の方程式は $px^2 + qxy + ry^2 + sx + ty + u = 0$ ですが、楕円の短軸と長軸の長さを求める必要があるため、楕円の形式に変形することが必要となります。

しかし、方程式には qxy の項 ($q \neq 0$) が含まれているため、このままでは楕円の形式

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$$

に直すことができません。

そこで、元の x - y 座標系から角度 θ だけ回転した新しい X - Y 座標系での楕円を考えることにより、 xy の項を消去します (図1)。新しい座標系では、楕円の長軸と短軸が座標軸と平行となるため、 xy の項 (XY の項) の係数が0になります。ここで、ある点 (x, y) を原点まわりに角度 θ だけ回転した新たな点の座標 (x', y') は、以下の式で表すことができます (図2)。

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

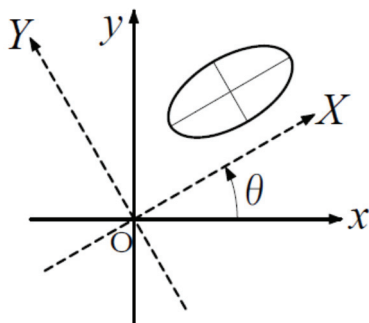


図1 座標系の回転

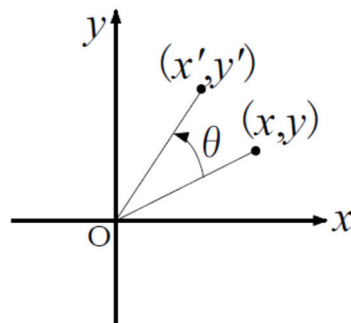


図2 点の回転

ただし、座標系自体の回転の場合と、点自体の回転の場合とでは、回転変換の意味が異なるかもしれませんので注意して考えて下さい。また、テキスト中のヒント (θ の値) についても、考え方によっては正負が逆になることがあるので注意して下さい。

試問内容の一部

- ・ 実験（その 1）の収縮回数の決定方法（何故その回数にしたのか）
- ・ 実験（その 1）において、画像処理により数えた粒子数と各個人が数えた粒子数が異なる理由
- ・ 実験（その 2）の収縮・膨張回数の決定方法（何故その回数にしたのか）
- ・ 実験（その 2）において、2 通りの方法で算出した円形度が異なる理由
- ・ 実験（その 2）において、2 通りの方法で算出した円形度のうち正しいのはどちらか？

再提出になるレポート

結果が書かれていない（メモだけつけてある）。

画像が付けられていない。

結果と考察の答えが書かれていない，あるいは間違っている。

その他

よくある間違い

実験（その 2）の結果と考察(3)で求めた a と b の値が違う（その結果面積や周囲長が実験で求めた値と大きく異なる）。

原因：楕円の式を求めるために係数比較を行っているが，その方法が間違っている。

よくある間違いの例：

$$\begin{cases} 5x^2 + 10 = 0 \\ ax^2 + 6 = 0 \end{cases}$$

を係数比較した結果，

$$\begin{cases} 5 = a \\ 10 = 6 \end{cases}$$

と間違える。

（正解は， $5 : a = 10 : 6$ より求める）